Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Gebroken functie en wortelfunctie

1 maximumscore 4

- $f(x) = 1 + 3(4x-3)^{-1}$ — 1
- De afgeleide van de term $3(4x-3)^{-1}$ is $-3(4x-3)^{-2} \cdot 4$ — 2
- $f'(x) = -3(4x-3)^{-2} \cdot 4$, dus de helling is $f'(0) = -\frac{4}{3}$ — 1

Opmerking
Voor het tweede antwoordelement mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

2 maximumscore 6

- Uit $\dfrac{4x}{4x-3} = \sqrt{x}$ volgt $\dfrac{16x^2}{(4x-3)^2} = x$ — 1
- Hieruit volgt $x(4x-3)^2 = 16x^2$ — 1
- Dit geeft $(4x-3)^2 = 16x$ (of $x = 0$, maar dat geeft punt O) — 1
- Herleiding tot $16x^2 - 40x + 9 = 0$ — 1
- De *abc*-formule geeft $x = \dfrac{40 \pm \sqrt{(-40)^2 - 4 \cdot 16 \cdot 9}}{2 \cdot 16}$ — 1
- Dus $x = \frac{1}{4}$ of $x = 2\frac{1}{4}$; de x-coördinaat van B is $2\frac{1}{4}$ ($x = \frac{1}{4}$ voldoet niet) — 1

of

- $\dfrac{4x}{4x-3} = \sqrt{x}$ geeft $(4x-3)\sqrt{x} = 4x$ — 1
- $4x - 3 = 4\sqrt{x}$ (of $x = 0$, maar dat geeft punt O) — 1
- Hieruit volgt $(4x-3)^2 = 16x$ — 1
- Herleiding tot $16x^2 - 40x + 9 = 0$ — 1
- De *abc*-formule geeft $x = \dfrac{40 \pm \sqrt{(-40)^2 - 4 \cdot 16 \cdot 9}}{2 \cdot 16}$ — 1
- Dus $x = \frac{1}{4}$ of $x = 2\frac{1}{4}$; de x-coördinaat van B is $2\frac{1}{4}$ ($x = \frac{1}{4}$ voldoet niet) — 1

3 maximumscore 4

- (Voor grote waarden van x geldt $\frac{3}{4x-3} \approx 0$, dus) de horizontale asymptoot heeft vergelijking $y = 1$ (en dit is de y-coördinaat van S) 1
- ($4x - 3 = 0$ voor $x = \frac{3}{4}$, dus) de verticale asymptoot heeft vergelijking $x = \frac{3}{4}$ 1
- R heeft y-coördinaat $g\left(\frac{3}{4}\right) = \sqrt{\frac{3}{4}}$ 1
- De afstand is dus $1 - \sqrt{\frac{3}{4}}$ (of een gelijkwaardige vorm) 1

Twee cirkels en twee lijnen

4 maximumscore 3

- ($y = \frac{1}{2}x + 4\frac{1}{2}$ invullen in $x^2 - 4x + y^2 - 6y = -8$ geeft voor de snijpunten van c_1 en k) $x^2 - 4x + \left(\frac{1}{2}x + 4\frac{1}{2}\right)^2 - 6\left(\frac{1}{2}x + 4\frac{1}{2}\right) = -8$ 1
- $1\frac{1}{4}x^2 - 2\frac{1}{2}x + 1\frac{1}{4} = 0$ (of een gelijkwaardige vergelijking van de vorm $ax^2 + bx + c = 0$) 1
- $D = \left(-2\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot 1\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{4} = 0$, dus k raakt cirkel c_1 1

of

- ($y = \frac{1}{2}x + 4\frac{1}{2}$ invullen in $x^2 - 4x + y^2 - 6y = -8$ geeft voor de snijpunten van c_1 en k) $x^2 - 4x + \left(\frac{1}{2}x + 4\frac{1}{2}\right)^2 - 6\left(\frac{1}{2}x + 4\frac{1}{2}\right) = -8$ 1
- $1\frac{1}{4}x^2 - 2\frac{1}{2}x + 1\frac{1}{4} = 0$ (of een gelijkwaardige vergelijking van de vorm $ax^2 + bx + c = 0$) 1
- Exact oplossen geeft (één oplossing, namelijk) $x = 1$, dus k raakt cirkel c_1 1

5 **maximumscore 6**

- Uit $x^2 - 4x + y^2 - 6y = -8$ volgt $(x-2)^2 - 4 + (y-3)^2 - 9 = -8$ 1
- De coördinaten van M zijn $(2, 3)$ 1
- ($\text{rc}_k \cdot \text{rc}_l = -1$, dus) $\text{rc}_l = -2$ 1
- Hieruit volgt $y_S = 7$ 1
- Voor de straal r van c_2 geldt $r^2 = 2^2 + (3-7)^2 = 20$ 1
- Een vergelijking van c_2 is $x^2 + (y-7)^2 = 20$ 1

of

- Uit $x^2 - 4x + y^2 - 6y = -8$ volgt $(x-2)^2 - 4 + (y-3)^2 - 9 = -8$ 1
- De coördinaten van M zijn $(2, 3)$ 1
- Een exacte berekening waaruit volgt dat de coördinaten van T $(1, 5)$ zijn, waarbij T het raakpunt van k en c_1 is, dus de richtingscoëfficiënt van l is $\frac{3-5}{2-1} = -2$ 1
- Hieruit volgt $y_S = 7$ 1
- Een vergelijking van c_2 is van de vorm $x^2 + (y-7)^2 = r^2$; invullen van de coördinaten van M geeft $2^2 + (3-7)^2 = r^2$ 1
- Een vergelijking van c_2 is $x^2 + (y-7)^2 = 20$ 1

Opmerking
Als in de beantwoording van deze vraag gebruikgemaakt wordt van foutieve tussenantwoorden in vraag 4, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Oppervlakte onder een grafiek

6 maximumscore 2

- De x-coördinaat van de top is $-\dfrac{1}{2\cdot\frac{1}{4}}=-2$ 1
- $f(-2)=\frac{1}{4}\cdot(-2)^2+-2+1=0$ (dus de top van de parabool ligt op de x-as) 1

of

- $f'(x)=\frac{1}{2}x+1$; uit $f'(x)=0$ volgt dat de x-coördinaat van de top -2 is 1
- $f(-2)=\frac{1}{4}\cdot(-2)^2+-2+1=0$ (dus de top van de parabool ligt op de x-as) 1

of

- De discriminant D van de vergelijking $\frac{1}{4}x^2+x+1=0$ moet nul zijn 1
- $D=1^2-4\cdot\frac{1}{4}\cdot 1=0$ (dus de top van de parabool ligt op de x-as) 1

of

- $f(x)=\frac{1}{4}(x^2+4x+4)=\frac{1}{4}(x+2)^2$ 1
- Dus de coördinaten van de top zijn $(-2, 0)$ (dus de top van de parabool ligt op de x-as) 1

7 maximumscore 4

- $\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}p+1\right)^3-\frac{2}{3}=42$ geeft $\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}p+1\right)^3=42\frac{2}{3}$ 1
- $\left(\frac{1}{2}p+1\right)^3=64$ 1
- $\frac{1}{2}p+1=4$ 1
- $p=6$ 1

8 **maximumscore 3**

- $f'(x)=\frac{1}{2}x+1$ — 1
- $f'\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+1=1\frac{1}{4}$ — 1
- Uit $1\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}+b=1\frac{9}{16}$ volgt $b=\frac{15}{16}$ (dus $y=1\frac{1}{4}x+\frac{15}{16}$ is inderdaad een vergelijking van l) — 1

of

- $f'(x)=\frac{1}{2}x+1$ — 1
- $f'\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+1=1\frac{1}{4}$ — 1
- $y=1\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}+\frac{15}{16}=1\frac{9}{16}$ (en dit is de y-coördinaat van R, dus $y=1\frac{1}{4}x+\frac{15}{16}$ is inderdaad een vergelijking van l) — 1

of

- De vergelijking $\frac{1}{4}x^2+x+1=1\frac{1}{4}x+\frac{15}{16}$ moet één oplossing hebben, namelijk $x=\frac{1}{2}$ — 1
- De discriminant D van de vergelijking $\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{4}x+\frac{1}{16}=0$ is $D=\left(-\frac{1}{4}\right)^2-4\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{16}=0$ (lijn l is dus een raaklijn) — 1
- $y=1\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}+\frac{15}{16}=1\frac{9}{16}$ (dus R ligt op lijn l, dus l is de raaklijn in R, dus $y=1\frac{1}{4}x+\frac{15}{16}$ is inderdaad een vergelijking van l) — 1

9 maximumscore 5

- De oppervlakte van het gebied in figuur 1 is ($\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot 1+1\right)^3-\frac{2}{3}=$) $1\frac{7}{12}$ (of $1{,}5833...$) 1
- De oppervlakte van vierhoek *OSMK* is gelijk aan de som van de oppervlakte van rechthoek *OSLK* en de oppervlakte van driehoek *KLM* (met *L* de loodrechte projectie van *K* op *m*) 1
- De y-coördinaat van K is $\frac{15}{16}$, de y-coördinaat van M is ($\frac{15}{16}+1\frac{1}{4}=$) $2\frac{3}{16}$ (of $2{,}1875$) 1
- De oppervlakte van driehoek *KLM* is $\left(2\frac{3}{16}-\frac{15}{16}\right)\cdot 1\cdot\frac{1}{2}=\frac{5}{8}$ (of $0{,}625$), de oppervlakte van rechthoek *OSLK* is ($1\cdot\frac{15}{16}=$) $\frac{15}{16}$ (of $0{,}9375$) 1
- $\dfrac{\frac{5}{8}+\frac{15}{16}-1\frac{7}{12}}{1\frac{7}{12}}\cdot 100\ (=-1{,}31...)$, dus de afwijking is $(-)1{,}3(\%)$ 1

of

- De oppervlakte van het gebied in figuur 1 is ($\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot 1+1\right)^3-\frac{2}{3}=$) $1\frac{7}{12}$ (of $1{,}5833...$) 1
- Toelichting op de berekening van de oppervlakte van vierhoek *OSMK*, bijvoorbeeld door de basis met de gemiddelde hoogte te vermenigvuldigen 2
- De oppervlakte van vierhoek *OSMK* is gelijk aan $1\frac{9}{16}\cdot 1$ 1
- $\dfrac{1\cdot 1\frac{9}{16}-1\frac{7}{12}}{1\frac{7}{12}}\cdot 100\ (=-1{,}31...)$, dus de afwijking is $(-)1{,}3(\%)$ 1

Opmerking
Voor het tweede antwoordelement van het tweede antwoordalternatief mag voor een niet volledig juist antwoord 1 scorepunt worden toegekend.

Roeien

10 maximumscore 2

- De cosinusregel in driehoek H_1K_1V geeft
  $H_1V^2 = 48^2 + 42^2 - 2 \cdot 48 \cdot 42 \cdot \cos(60°)$ 1
- ($H_1V^2 = 2052$, dus) $H_1V = \sqrt{2052}$ (cm) (of een gelijkwaardige vorm) 1

11 maximumscore 5

- $A_1V = \sqrt{45{,}3^2 - 15^2} = 42{,}74...$ 1
- $H_3V = \sqrt{(45 + 42{,}74...)^2 + 15^2} = 89{,}01...$ 1
- De cosinusregel in driehoek H_3K_3V geeft
  $89{,}01...^2 = 48^2 + 42^2 - 2 \cdot 48 \cdot 42 \cdot \cos\angle H_3K_3V$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- (Hieruit volgt $\angle H_3K_3V = 163{,}0...(°)$) dus het eindantwoord is 163(°) 1

Opmerking
Als een kandidaat gerekend heeft met de waarde $\sqrt{2052}$ voor H_1V , hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Vraag	Antwoord	Scores

Een sinusoïde en nog een sinusoïde

12 maximumscore 6

- De periode van f is $\frac{2\pi}{\frac{1}{4}\pi} = 8$ 1
- Dus $x_A = (\frac{8}{2} =)\ 4$ 1
- $x_B = 8 + \frac{1}{4} \cdot 8 = 10$ 1
- $y_B = 3$ (want de evenwichtsstand is 0 en de amplitude is 3) 1
- $\tan(\alpha) = \frac{3}{10-4}\ (= \frac{1}{2})$ 1
- (Hieruit volgt $\alpha = 26{,}5...(^\circ)$) dus het eindantwoord is 27(°) 1

of

- Voor x_A geldt $3\sin\left(\frac{1}{4}\pi x\right) = 0$, waaruit volgt $\frac{1}{4}\pi x = 0 + k \cdot \pi$ (of $\frac{1}{4}\pi x = \pi$) 1
- Voor x_B geldt $3\sin\left(\frac{1}{4}\pi x\right) = 3$, waaruit volgt $\frac{1}{4}\pi x = \frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$ (of $\frac{1}{4}\pi x = 2\frac{1}{2}\pi$) 1
- Dit geeft $x_A = 4$ en $x_B = 10$ 1
- $y_B = 3$ (want de evenwichtsstand is 0 en de amplitude is 3) 1
- $\tan(\alpha) = \frac{3}{10-4}\ (= \frac{1}{2})$ 1
- (Hieruit volgt $\alpha = 26{,}5...(^\circ)$) dus het eindantwoord is 27(°) 1

13 maximumscore 7

- De evenwichtsstand is $\frac{1\frac{1}{2} + -1}{2} = \frac{1}{4}$, dus $d = \frac{1}{4}$ 1
- De amplitude is $1\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$, dus $a = 1\frac{1}{4}$ 1
- $3\sin\left(\frac{1}{4}\pi x\right) = 1\frac{1}{2}$ geeft $\sin\left(\frac{1}{4}\pi x\right) = \frac{1}{2}$ 1
- Hieruit volgt $\frac{1}{4}\pi x = \frac{1}{6}\pi + k \cdot 2\pi$ of $\frac{1}{4}\pi x = \frac{5}{6}\pi + k \cdot 2\pi$ 1
- Dit geeft $x_K = \frac{2}{3}$ en $x_L = 11\frac{1}{3}$ 1
- (K is de eerste top rechts van de y-as, dus) $c = \frac{2}{3}$ 1
- De periode is $11\frac{1}{3} - \frac{2}{3} = 10\frac{2}{3}$, dus $b = \frac{2\pi}{10\frac{2}{3}} = \frac{3}{16}\pi$ 1

Driehoek met maximale oppervlakte

14 maximumscore 4

- $f'(x) = 1\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} - 2$ (of een gelijkwaardige vorm) 1
- $1\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} - 2 = 0$ geeft $1\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = 2$ 1
- Dit geeft $x^{-\frac{1}{2}} = \frac{4}{3}$, dus $x = \left(\frac{4}{3}\right)^{-2} = \frac{9}{16}$ 1
- Dus $y = 2\frac{1}{8}$ (dus $T\left(\frac{9}{16}, 2\frac{1}{8}\right)$) 1

15 maximumscore 4

- $AP = f(x)$ 1
- De oppervlakte van driehoek OAP is $\frac{1}{2} \cdot x \cdot f(x)$ 1
- Beschrijven hoe hiervan het maximum gevonden kan worden 1
- Het eindantwoord is 1,285 1

De invloed van leeftijd op hardloopprestaties

16 maximumscore 5

- De groeifactor per jaar is $0{,}992$ — 1
- Volgens model 1 is zijn gemiddelde snelheid na 12 jaar gelijk aan $19{,}5 \cdot 0{,}992^{12}$ $(=17{,}70...)$ (km/uur) — 1
- Dat geeft een tijd van $\dfrac{21{,}0975}{17{,}70...}$ $(=1{,}19...)$ (uur) — 1
- Dit is gelijk aan $1{,}19... \cdot 60 \cdot 60 = 4289{,}0...$ (seconden) — 1
- Zijn werkelijke tijd was $60 \cdot 60 + 10 \cdot 60 + 4 = 4204$ (seconden), dus hij was $(4289 - 4204 =)\,85$ (seconden) sneller dan model 1 voorspelt — 1

17 maximumscore 6

- De groeifactor per 13 jaar is gelijk aan $\dfrac{0{,}9039}{0{,}9920}$ $(=0{,}9111...)$ — 1
- De groeifactor per jaar is gelijk aan $0{,}9111...^{\frac{1}{13}}$ $(=0{,}9928...)$ — 1
- Het correctiegetal voor 47-jarigen is $0{,}9920 \cdot 0{,}9928...^{11} = 0{,}9169...$ (of $\dfrac{0{,}9039}{0{,}9928...^{2}} = 0{,}9169...$) — 1
- Het omrekenen van de tijd van Laros naar een tijd die hoort bij een 30-jarige met een gelijkwaardige prestatie: $4279 \cdot 0{,}9169... = 3923{,}...$ (s) — 1
- Het omrekenen van de tijd van Meijwes naar een tijd die hoort bij een 30-jarige met een gelijkwaardige prestatie: $4130 \cdot 0{,}9920 = 4096{,}...$ (s) — 1
- (Een tijd van $3923{,}...$ seconden is beter dan een tijd van $4096{,}...$ seconden, dus) Laros heeft de beste prestatie geleverd — 1

of

- De groeifactor per 13 jaar is gelijk aan $\dfrac{0{,}9039}{0{,}9920}$ $(=0{,}9111...)$ — 1
- De groeifactor per jaar is gelijk aan $0{,}9111...^{\frac{1}{13}}$ $(=0{,}9928...)$ — 1
- Het inzicht dat de tijd van een 47-jarige omgerekend kan worden naar een tijd die hoort bij een 36-jarige met een gelijkwaardige prestatie — 1
- Het correctiegetal hiervoor is $0{,}9928...^{11}$ $(=0{,}9243...)$ — 1
- Het omrekenen van de tijd van Laros naar een tijd die hoort bij een 36-jarige met een gelijkwaardige prestatie: $4279 \cdot 0{,}9243... = 3955{,}...$ (s) — 1
- (Een tijd van $3955{,}...$ seconden is beter dan een tijd van 4130 seconden, dus) Laros heeft de beste prestatie geleverd — 1

Opmerking
Als correctiegetallen in de berekening worden afgerond op vier decimalen en daarmee verder wordt gerekend, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Bronvermeldingen

Roeien	
foto	bron: Shutterstock stockillustratie-id: 182906012, fotograaf Serghei Starus